

СПЕЦИФИКАЦИЯ
диагностической работы по математике
для 9 классов общеобразовательных организаций г. Москвы

Диагностическая работа проводится в соответствии с Распоряжением
Департамента образования города Москвы от 14 июля 2015 г. № 203р.

14 октября 2015 г.

1. Назначение работы – оценить уровень общеобразовательной подготовки по математике учеников 9 классов общеобразовательных организаций в целях диагностики их готовности к основному государственному экзамену по математике.

2. Документы, определяющие содержание диагностической работы

Содержание и основные характеристики диагностических материалов определяют на основе следующих документов:

- Федеральный компонент государственного стандарта основного общего образования по русскому языку (Приказ Минобрнауки РФ от 05.03.2004 г. № 1089).
- О сертификации качества педагогических тестовых материалов (Приказ Минобрнауки РФ от 17.04.2000 г. № 1122).

3. Подходы к отбору содержания, разработке структуры работы

Структура работы отвечает цели построения системы дифференцированного обучения математике в современной школе. Дифференциация обучения направлена на решение двух задач: формирования у всех обучающихся базовой математической подготовки, составляющей функциональную основу общего образования, и одновременного создания условий, способствующих получению частью обучающихся подготовки повышенного уровня, достаточной для активного использования математики во время дальнейшего обучения, прежде всего, при изучении её в средней школе на профильном уровне.

В целях обеспечения эффективности проверки освоения базовых понятий курса математики, умения применять математические знания и решать практико-ориентированные задачи в диагностической работе выделено три модуля: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

4. Характеристика структуры и содержания работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». В модули «Алгебра» и «Геометрия» входят две части, соответствующие проверке на разных уровнях сложности, в модуль «Реальная математика» – одна часть, соответствующая проверке на базовом уровне.

При проверке базовой математической компетентности обучающиеся должны продемонстрировать: владение основными алгоритмами; знание и понимание ключевых элементов содержания (математических понятий, их свойств, приёмов решения задач и проч.); умение пользоваться математической записью, применять знания к решению математических задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма, а также применять математические знания в простейших практических ситуациях.

Части 2 модулей «Алгебра» и «Геометрия» направлены на проверку владения материалом на повышенном и высоком уровнях. Их назначение – дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее подготовленную часть выпускников, составляющую потенциальный контингент обучающихся профильных классов. Все задания этих частей требуют записи решений и ответа. Задания расположены по нарастанию трудности – от относительно простых до сложных, предполагающих свободное владение материалом курса и высокий уровень математической культуры.

Модуль «Алгебра» содержит 7 заданий: в *части 1* – 5 заданий; в *части 2* – 2 задания.

Модуль «Геометрия» содержит 4 задания: в *части 1* – 3 задания; в *части 2* – 1 задание.

Модуль «Реальная математика» содержит 4 задания: все задания этого модуля — в *части 1*.

Всего в работе 15 заданий, из которых 12 заданий базового уровня, 2 задания повышенного уровня и 1 задание высокого уровня сложности.

Таблица 1. Распределение заданий по частям работы

№	Часть работы	Тип заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл
1	Часть 1	С кратким ответом в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа	2	2
2	Часть 1	С кратким ответом в виде числа, последовательности цифр	10	10
3	Часть 2	С развернутым ответом	3	6
	Итого		15	18

5. Распределение заданий работы по содержанию, проверяемым умениям и способам деятельности

Модуль «Алгебра».

Часть 1. В этой части диагностической работы содержатся задания по всем ключевым разделам курса алгебры основной школы, отражённым в кодификаторе элементов содержания (см. сайт www.fipi.ru). Количество заданий по каждому из разделов кодификатора примерно соответствует удельному весу этого раздела в курсе. Распределение заданий по разделам содержания приведено в таблице 2.

Таблица 2. Распределение заданий части 1 по разделам содержания курса математики

Код раздела	Название раздела содержания	Количество заданий
1	Числа и вычисления	2
2	Алгебраические выражения	1
3	Уравнения и неравенства	1
5	Функции и графики	1

Ориентировочная доля заданий части 1, относящихся к каждому из разделов кодификатора требований, представлена в таблице 3.

Таблица 3. Распределение заданий части 1 по проверяемым умениям и способам деятельности

Код раздела	Название требования	Количество заданий ¹
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	2
2	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	1
3	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	1
4	Уметь строить и читать графики функций	1

Часть 2. Задания части 2 модуля направлены на проверку таких качеств математической подготовки выпускников, как:

- уверенное владение формально-оперативным алгебраическим аппаратом;
- умение решить комплексную задачу, включающую в себя знания из разных тем курса алгебры;
- умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования;
- владение широким спектром приёмов и способов рассуждений.

Распределение заданий части 2 по разделам кодификаторов элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников представлено в таблицах 4 и 5.

Таблица 4. Распределение заданий части 2 по разделам содержания курса математики

Код раздела	Название раздела содержания	Количество заданий
3	Уравнения и неравенства	1
5	Функции и графики	1

Таблица 5. Распределение заданий части 2 по проверяемым умениям и способам деятельности

Код раздела	Название требования	Количество заданий
3	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	1
4	Уметь строить и читать графики функций	1

Модуль «Геометрия».

Часть 1. В этой части диагностической работы содержатся задания по всем ключевым разделам курса геометрии основной школы, отражённым в КЭС. Распределение заданий по разделам содержания приведено в таблице 6.

¹ Каждое задание может относиться более чем к одному разделу кодификатора требований.

Таблица 6. Распределение заданий части 1 по разделам содержания курса математики

Код раздела	Название раздела содержания	Количество заданий
7.2	Треугольник	1
7.3	Многоугольники	1
7.5	Измерение геометрических величин	1

Распределение заданий части 2 по разделам требований к уровню подготовки выпускников представлено в таблице 7.

Таблица 7. Распределение заданий части 1 по проверяемым умениям и способам деятельности

Код раздела	Название требования	Количество заданий
5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	3

Часть 2. Задание части 2 диагностической работы направлено на проверку таких качеств геометрической подготовки выпускников, как:

- умение решить планиметрическую задачу, применяя различные теоретические знания курса геометрии;
- умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования;
- владение широким спектром приемов и способов рассуждений.

Модуль «Реальная математика».

В этом модуле диагностической работы содержится 4 задания, отнесённых в соответствии с КТ к категории «Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели». Это задания, формулировка которых содержит практический контекст, знакомый обучающимся или близкий их жизненному опыту. Ориентировочное распределение заданий по разделам кодификатора элементов содержания и требований представлено в таблицах 8 и 9 соответственно.

Таблица 8. Распределение заданий части 1 по разделам содержания курса математики

Код раздела	Название раздела содержания	Количество заданий ²
8	Статистика и теория вероятностей	2
1	Числа и вычисления	1
9	Элементы теории множеств, логики	1

² Каждое задание может относиться более чем к одному разделу кодификатора элементов содержания.

Таблица 9. Распределение заданий по проверяемым умениям и способам деятельности

Код по КТ	Название требования	Количество заданий ³
7.1	Решать несложные практические расчётные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов	1
7.2	Пользоваться основными единицами длины, массы, времени, скорости, площади, объёма; выражать более крупные единицы через более мелкие и наоборот. Осуществлять практические расчёты по формулам, составлять несложные формулы зависимостей между величинами	1
6.1, 7.6	Анализировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках	1
7.7	Решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуации с использованием аппарата теории вероятностей и статистики	1

6. Распределение заданий работы по уровням сложности

В табл. 10 приведено распределение заданий по уровням сложности.

Таблица 10. Распределение заданий по уровням сложности

Уровень сложности заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл
Базовый	12	12
Повышенный	2	4
Высокий	1	2
Итого	15	18

7. Продолжительность диагностической работы по математике

На выполнение диагностической работы отводится 1,5 часа (90 минут).

8. Дополнительные материалы и оборудование

Участникам разрешается использовать справочные материалы, содержащие основные формулы курса математики, выдаваемые вместе с работой. Разрешается использовать линейку. Калькуляторы не используются.

9. Система оценивания выполнения отдельных заданий и диагностической работы в целом

Правильное решение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если участник дал правильный ответ в виде цифры, числа или последовательности цифр.

Решение каждого из заданий с развернутым ответом (13–15) оценивается от 0 до 2 баллов.

Максимальный балл за работу в целом – 18.

Таблица 11. Шкала пересчёта первичного балла за выполнение работы в отметку по пятибалльной шкале

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Общий балл	0–4	5–10	11–14	15–18

В **Приложении 1** представлен обобщённый план варианта диагностической работы.

В **Приложении 2** представлен Демонстрационный вариант диагностической работы.

В **Приложении 3** представлены справочные материалы, которые необходимо выдать каждому обучающемуся.

³ Каждое задание может относиться более чем к одному разделу кодификатора требований.

Приложение 1

Обобщенный план варианта
диагностической работы по МАТЕМАТИКЕ

Уровни сложности заданий: Б – базовый, П – повышенный, В – высокий.

№ п/п	Основные проверяемые требования к математической подготовке	Коды разделов элементов содержания	Коды разделов элементов требований	Уровень сложности	Максимальный балл за выполнение задания
Часть 1					
Модуль «Алгебра»					
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1	1	Б	1
2	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1, 6	1	Б	1
3	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	3	3	Б	1
4	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	2	2	Б	1
5	Уметь строить и читать графики функций	5	4	Б	1
Модуль «Геометрия»					
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	7	5	Б	1
7	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	7	5	Б	1
8	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	7	5	Б	1
Модуль «Реальная математика»					
9	Пользоваться основными единицами длины, массы, времени, скорости, площади, объёма; выражать более крупные единицы через более мелкие и наоборот	1, 8	7	Б	1
10	Анализировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках	8, 9	7	Б	1
11	Решать несложные практические расчетные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов	1, 3	7	Б	1
12	Решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуацией с использованием аппарата вероятности и статистики	8	7	Б	1

Часть 2					
Модуль «Алгебра»					
13	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели	2, 3, 4, 5, 6	3, 7	П	2
14	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели	2, 3, 4, 5, 6	4, 2	В	2
Модуль «Геометрия»					
15	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	7	5	П	2
<p>Всего заданий – 15; из них по типу заданий: заданий с кратким ответом – 12, заданий с развернутым ответом – 3; по уровню сложности: Б – 12; П – 2; В – 1. Максимальный первичный балл за работу – 18. Общее время выполнения работы – 90 минут.</p>					

Демонстрационный вариант диагностической работы по математике
9 класс

Часть 1

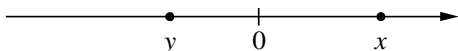
Ответами к заданиям 1 – 12 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в бланк ответов справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $\frac{3}{4} + \frac{7}{25}$. Ответ представьте в виде десятичной дроби.

Ответ: _____.

2 На координатной прямой отмечены числа x и y .



Какое из приведённых утверждений **неверно**?

- 1) $x + y > 0$ 2) $xy > 0$ 3) $y - x < 0$ 4) $x^2y < 0$

Ответ:

3 Решите уравнение $x^2 + 4x = 21$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

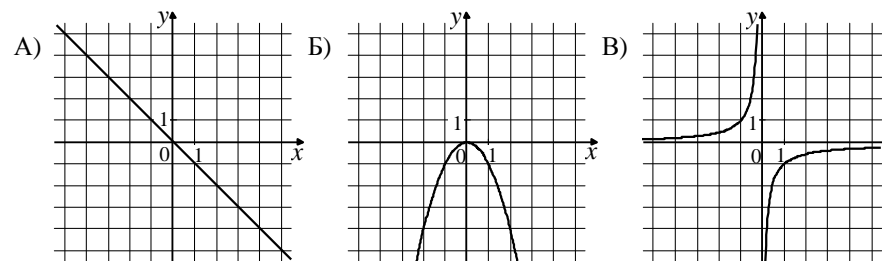
Ответ: _____.

4 Найдите значение выражения $\frac{16}{4a - a^2} - \frac{4}{a}$ при $a = -12$. Ответ представьте в виде десятичной дроби.

Ответ: _____.

5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1) $y = -x^2$ 2) $y = -x$ 3) $y = -\frac{1}{x}$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

Ответ:

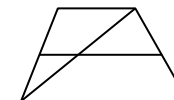
A	Б	В

Модуль «Геометрия»

6 Катеты прямоугольного треугольника равны 60 и 80. Найдите гипотенузу этого треугольника.

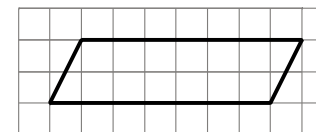
Ответ: _____.

7 Основания трапеции равны 8 и 17 (см. рисунок). Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: _____.

8 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 9 Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 51,8 г.

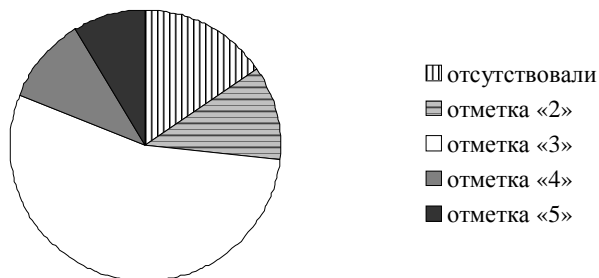
Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0
Отборная	65,0
Первая	55,0
Вторая	45,0
Третья	35,0

- 1) первая 2) вторая 3) третья 4) высшая

Ответ:

- 10 Завуч школы подвёл итоги контрольной работы по математике в 9-х классах. Результаты представлены на круговой диаграмме.

Результаты контрольной работы по математике.
9 класс



Какие из утверждений относительно результатов контрольной работы **верны**, если всего в школе 120 девятиклассников? В ответе укажите номера верных утверждений.

- 1) Более половины учащихся получили отметку «3».
- 2) Около половины учащихся отсутствовали на контрольной работе или получили отметку «2».
- 3) Отметку «4» или «5» получила примерно шестая часть учащихся.
- 4) Отметку «3», «4» или «5» получили более 100 учащихся.

Ответ: _____.

- 11 Товар на распродаже уценили на 40%, при этом он стал стоить 810 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Ответ: _____ руб.

В бланк запишите только число.

- 12 На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 5 с мясом, 2 с капустой и 3 с вишней. Андрей наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк тестирования.

Часть 2

*Решение задания 13 записывается на лицевой стороне бланка тестирования напротив соответствующего номера задания (клеточки учитывать не нужно). Решения для заданий 14 и 15 записываются на обороте бланка тестирования. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. **Важно! Чертежи в заданиях 14 и 15 можно сначала выполнить карандашом, но впоследствии обязательно обвести ручкой!***

Модуль «Алгебра»

- 13 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 210 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 9 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 27 часов после отплытия из него.

- 14 Постройте график функции $y = 3 - \frac{x+2}{x^2+2x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

- 15 Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$.

За правильный ответ на задания 1–12 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	1,03
2	2
3	-7
4	0,25
5	213
6	100
7	8,5
8	14
9	2
10	13
11	1350
12	0,3

C1

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 210 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 9 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 27 часов после отплытия из него.

Решение.

Пусть собственная скорость теплохода равна v км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{210}{v-4} + \frac{210}{v+4} = 18; \quad 210v + 840 + 210v - 840 = 18v^2 - 288; \quad 18v^2 - 420v - 288 = 0,$$

откуда $v = 24$.

Ответ: 24 км/ч.

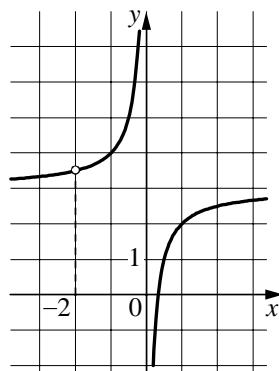
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>

C2 Постройте график функции $y = 3 - \frac{x+2}{x^2+2x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение.

Преобразуем выражение: $3 - \frac{x+2}{x^2+2x} = 3 - \frac{1}{x}$ при условии, что $x \neq -2$.

Построим график:



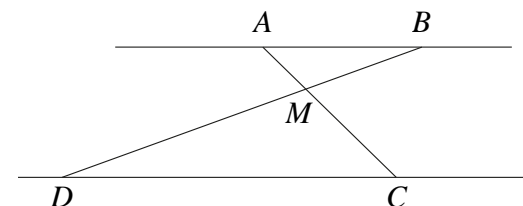
Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $m = 3$ и $m = \frac{7}{2}$.

Ответ: $3; \frac{7}{2}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

C3 Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$.

Решение.



Углы DCM и BAM равны как накрест лежащие (см. рис.), углы DMC и BMA равны как вертикальные, следовательно, треугольники DMC и BMA подобны по двум углам. Значит,

$$\frac{AM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{14}{42} = \frac{1}{3}.$$

Следовательно,

$$AC = AM + MC = \frac{1}{3}MC + MC = \frac{4}{3}MC, \text{ откуда } MC = \frac{3AC}{4} = 39.$$

Ответ: 39.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Рекомендуемая шкала пересчёта первичного балла за выполнение работы в отметку по пятибалльной шкале

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Общий балл	0–4	5–10	11–14	15–18