**Листок 10**

**Вписанный угол.**

*(Критерий вписанности четырёхугольника)* Четырёхугольник вписан в окружность тогда и только тогда, когда сумма противоположных углов равна 180°.

1. (3 балла) Шестиугольник *ABCDEF* — вписанный (все его вершины лежат на одной окружности), причём *AB* ∥ *DE* и *BC* ∥ *EF*. Докажите, что *CD* ∥ *AF*.

**Определение.** Вписанная *N*-конечная *k*-звезда — звезда, построенная следующим образом: на окружности берётся *N* пронумерованных по часовой стрелке точек, первую вершину соединяем с (*k*+1)-й, (*k*+1)-ю — c (2*k*+1)-й и т. д.



1. Нарисуйте вписанную 7-конечную 2-звезду и найдите сумму её углов.

3. Найдите сумму углов вписанной *N*-конечной *k*-звезды.

4. Найдите сумму углов 2014-конечной 3-звезды и 100500-конечной 7-звезды.

5. Докажите, что около выпуклого четырехугольника, образованного при пересечении биссектрис углов трапеции можно описать окружность.

6. Диагонали четырехугольника *АВСD,* вписанногов окружность, пересекаются в точке *Е.* На прямой АС взята точка *М*, причём *DМЕ =* 80˚, *АВD =* 60˚ *, СВD =* 70˚ . Где расположена точка *М :* на диагонали или на её продолжении? Ответ обосновать.

*7. (Прямая Симсона)* Докажите, что основания перпендикуляров, опущенных из произвольной точки описанной окружности на стороны треугольника (или их продолжения), лежат на одной прямой.

*8. (Задача Архимеда)* В дугу *AB* окружности вписана ломаная *AMB* из двух отрезков (*AM* > *MB*). Докажите, что основание перпендикуляра *KH*, опущенного из середины *K* дуги *AB* на отрезок *AM*, делит ломаную пополам, т.е. *AH* = *HM* + *MB*.